

Corrente Alternada



Prof. Fábio de Oliveira Borges

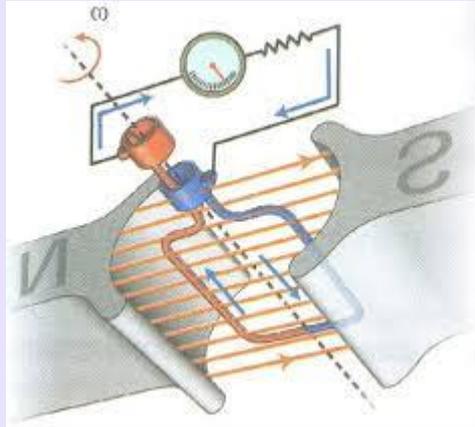
Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

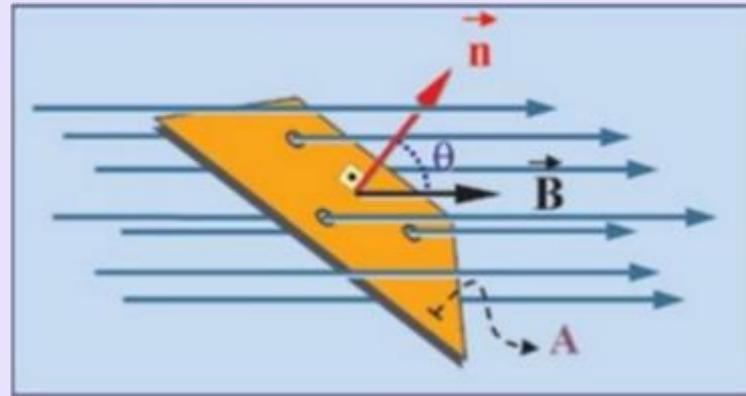
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<http://cursos.if.uff.br/fisica2-2016/>

Gerador de Corrente Alternada

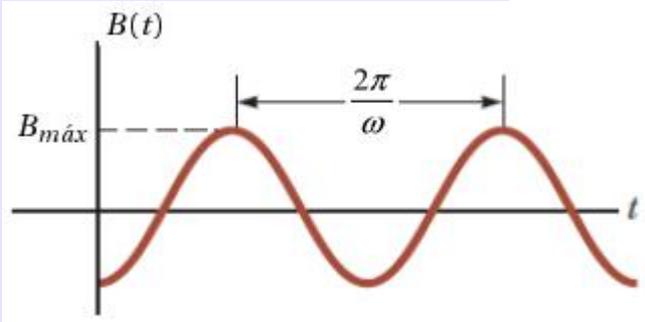


Suponha uma bobina com N voltas, todas com a mesma área A , girando com velocidade angular constante ω em um campo magnético uniforme.



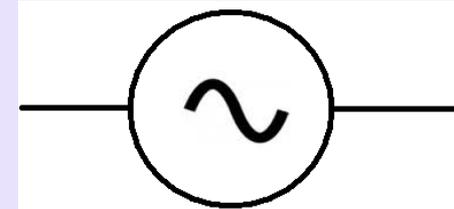
Fluxo magnético:

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA \cos\theta \rightarrow \theta = \omega t$$



$$\Rightarrow \phi_B = BA \cos\omega t$$

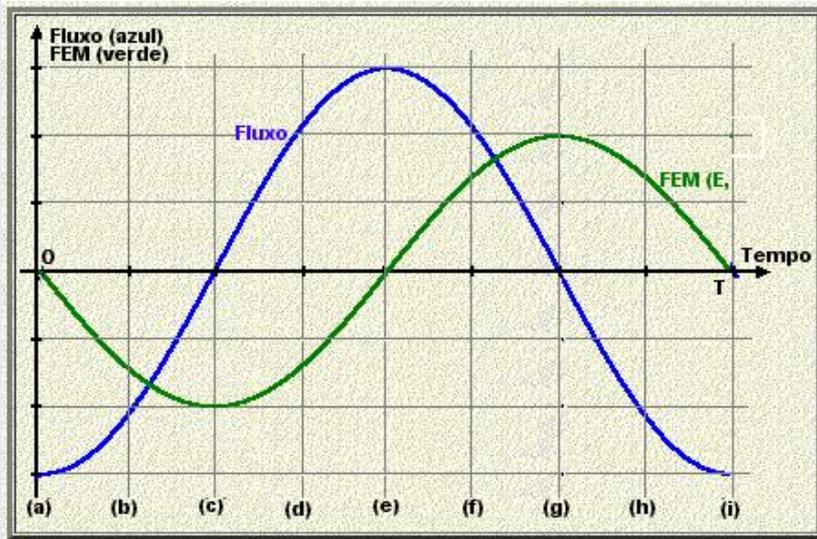
Símbolo



Gerador CA



Gerador de Corrente Alternada



fem induzida na bobina

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -NAB \frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = NAB\omega \text{ sen}\omega t$$

Voltagem instântanea nos terminais do gerador de CA

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \text{sen}\omega t = \pm 1 \Rightarrow \vec{B} \perp \hat{n} \Rightarrow \phi_B = 0 \text{ e } \varepsilon = \pm \varepsilon_{\text{máx}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{\text{máx}} = NAB\omega \rightarrow \text{Voltagem de pico do gerador}$$

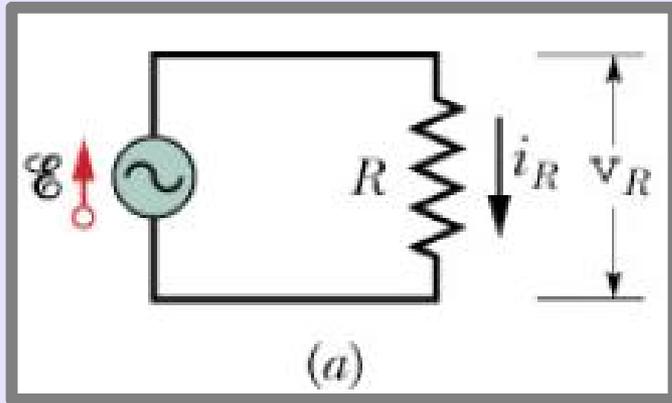
$$\omega t = 0 \text{ ou } \pi \Rightarrow \text{sen}\omega t = 0 \Rightarrow \vec{B} // \hat{n} \Rightarrow \phi_B = \phi_{\text{máx}} = BA \text{ e } \varepsilon = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{\text{mín}} = 0 \rightarrow \text{Voltagem nula no gerador}$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \text{frequência em Hz} \Rightarrow \text{Brasil: } f = 60\text{Hz} \Rightarrow \omega \approx 377\text{rad/s}$$



Resistência num circuito CA



Pela lei de Kirchoff:

$$\varepsilon - v_R = 0 \quad \Rightarrow v_R = \varepsilon$$

$$\Rightarrow v_R = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t$$

↳ queda instantânea de
voltage no resistor

$$\text{ou } \rightarrow v_R = \underbrace{i_{m\acute{a}x} R}_{V_R} \text{ sen}\omega t$$

- Corrente instantânea

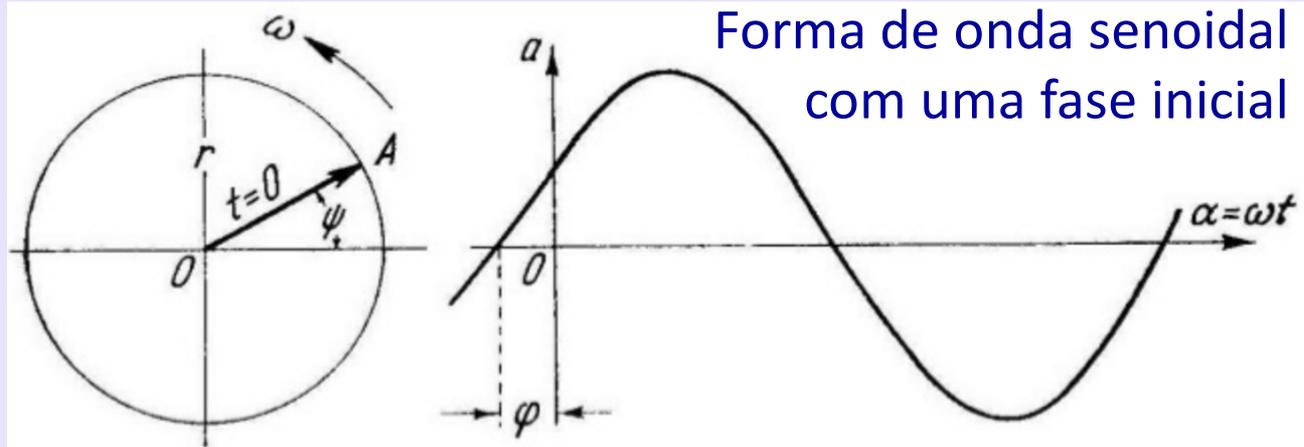
$$i_R = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{R} \text{ sen}\omega t = i_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t$$

$$i_{m\acute{a}x} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{R} \rightarrow \text{corrente de pico}$$

“ i_R e v_R variam com $\text{sen}\omega t$ e atingem os valores máximos (de pico) em um mesmo instante de tempo \Rightarrow as duas grandezas estão em fase.”

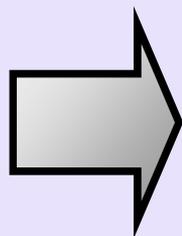


Fasores



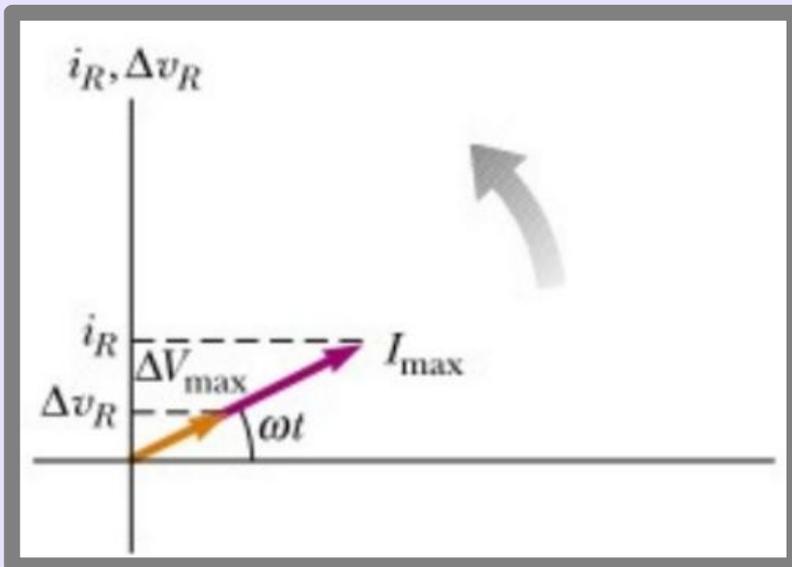
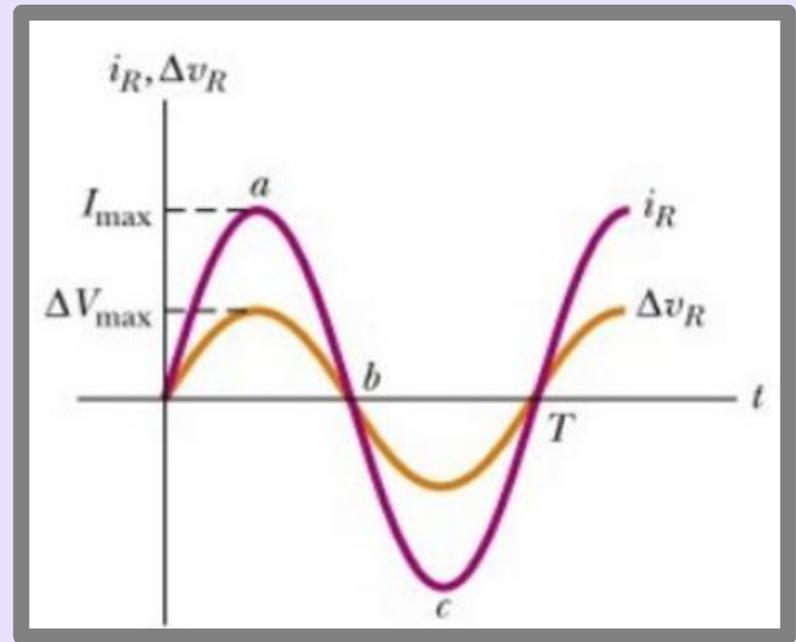
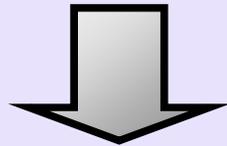
Representação fasorial

Adição de vetores (fasores)

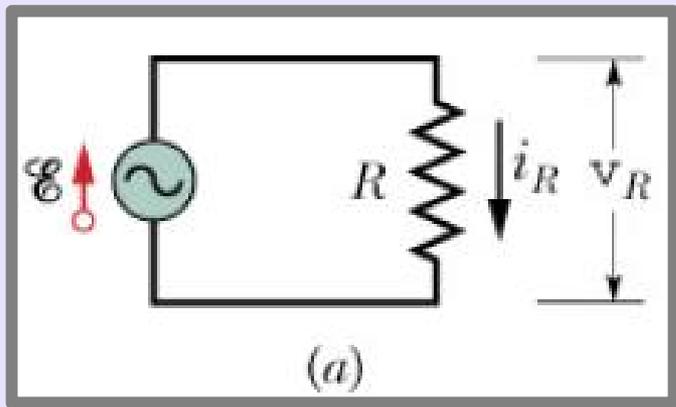


Resistência num circuito CA

$$\left. \begin{aligned} i_R &= i_{\max} \operatorname{sen} \omega t \\ v_R &= i_R R \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



Potência dissipada no resistor



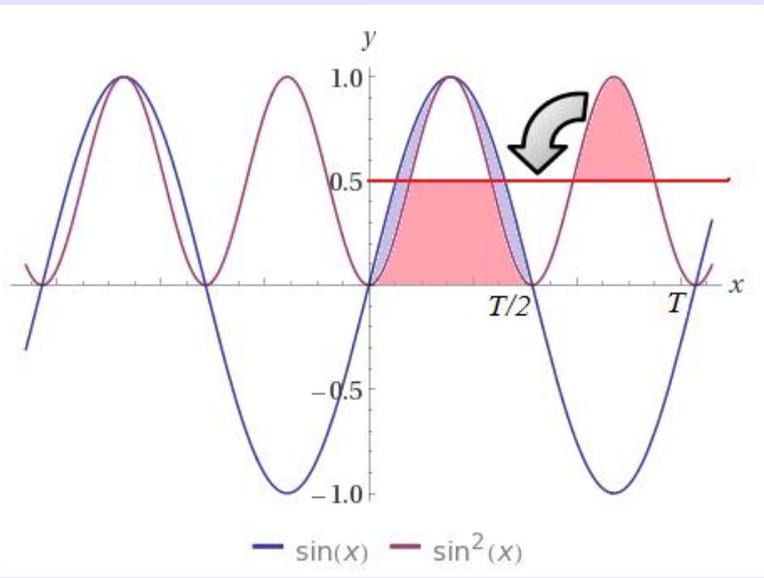
$$P = i^2 R = (i_{m\acute{a}x} \text{ sen } \omega t)^2 R$$

$$\Rightarrow P = i_{m\acute{a}x}^2 R \text{ sen}^2 \omega t$$

Este valor instantâneo da potência não é de grande valia.

Potência média

$$\langle P \rangle = \langle i^2 R \rangle = i_{m\acute{a}x}^2 R \langle \text{sen}^2 \omega t \rangle$$



$$\Rightarrow \langle \text{sen } \omega t \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen } \omega t \, dt = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \langle \text{sen}^2 \omega t \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}^2 \omega t \, dt \\ &= \left[\frac{\omega t}{2T} - \frac{\text{sen} 2\omega t}{4T} \right]_0^{2\pi} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



Potência dissipada no resistor

$$\Rightarrow \langle P \rangle = \frac{1}{2} i_{máx}^2 R$$

Assim, definimos o **Valor Quadrático Médio** ou **rms**:

A **corrente rms** (i_{rms}) é o valor de corrente alternada que produziria em um resistor o mesmo efeito de aquecimento que uma corrente contínua.

$$\text{Valor rms} \rightarrow x_{rms} = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$$

$$\langle i^2 \rangle = \langle (i_{máx} \text{sen} \omega t)^2 \rangle = \frac{1}{2} i_{máx}^2$$

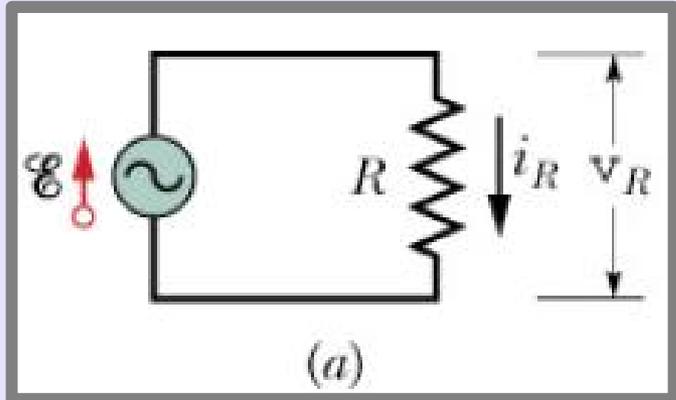
$$\Rightarrow i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} i_{máx}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{máx}$$

- O valor rms de qualquer função senoidal é numericamente igual ao seu valor máximo dividido por $\sqrt{2}$.



Potência dissipada no resistor

Logo, a potência média dissipada no resistor é:



$$\langle P \rangle = i_{rms}^2 R$$

No circuito ao lado a potência média fornecida pelo gerador é igual à potência dissipada no resistor:

$$\langle P \rangle = \langle \varepsilon i \rangle = \langle (\varepsilon_{máx} \text{sen}\omega t)(i_{máx} \text{sen}\omega t) \rangle$$

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{máx} i_{máx} \langle \text{sen}^2 \omega t \rangle$$

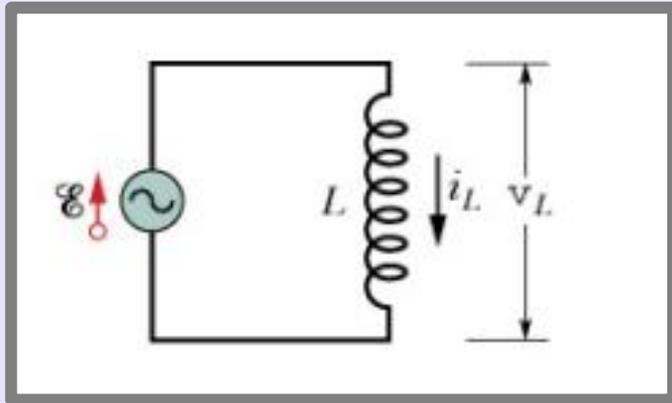
$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_{máx} i_{máx}$$

sabendo que $\rightarrow \varepsilon_{rms} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\sqrt{2}}$ e $i_{rms} = \frac{i_{máx}}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \langle P \rangle = \varepsilon_{rms} i_{rms}$$

O valor 120V é uma voltagem rms, o valor de pico real de uma tomada é $\approx 170V$.

Indutores num circuito CA



Pela lei de Kirchhoff:

$$\varepsilon + v_L = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{sen}\omega t$$

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{sen}\omega t$$

$$\Rightarrow i_L = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{L} \int \text{sen}\omega t \, dt$$

$$\Rightarrow i_L = -\frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{\omega L} \text{cos}\omega t$$

identidade trigonométrica $\rightarrow \text{cos}\omega t = \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Rightarrow i_L = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{\omega L} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



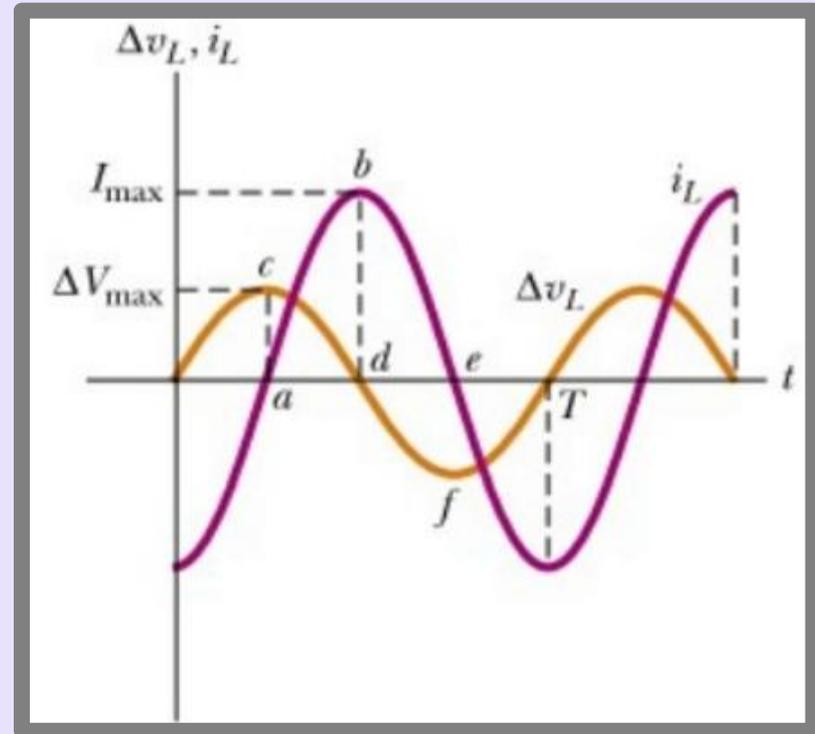
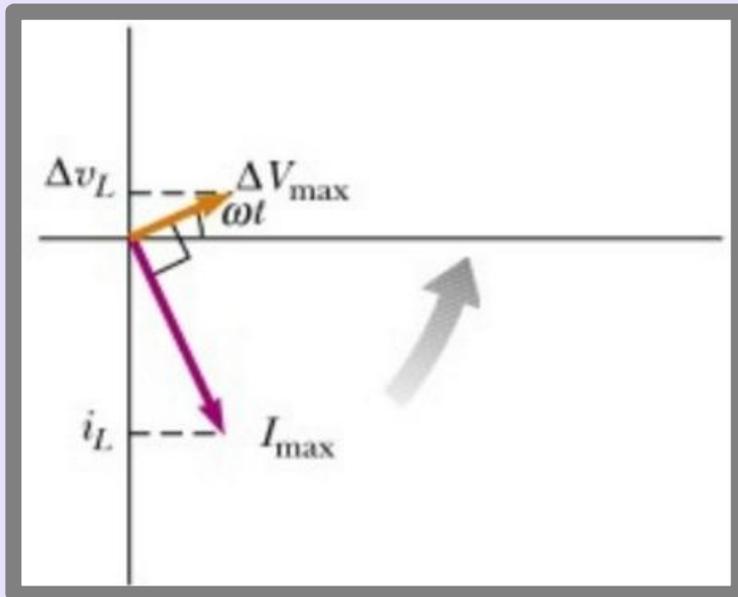
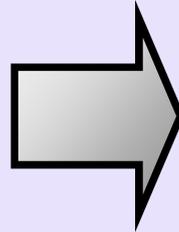
A corrente está atrasada da voltagem de $\pi/2$.



Indutores num circuito CA

“A corrente num indutor segue a voltagem com um atraso de 90° .”

$$\left. \begin{aligned} i_L &= i_{\text{máx}} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \varepsilon &= \varepsilon_{\text{máx}} \operatorname{sen}\omega t \end{aligned} \right\}$$



Indutores num circuito CA

Corrente máxima

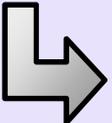
$$i_{m\acute{a}x} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{\omega L} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{X_L}$$

$$\Rightarrow X_L = \omega L \text{ [ohm]}$$

 reatância indutiva

O conceito de reatância é usado a fim de não ser confundido com a resistência. A reatância se distingue da resistência pela diferença de fase entre a voltagem e a corrente.

$$\Rightarrow v_L = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t = i_{m\acute{a}x} X_L \text{ sen}\omega t$$

 queda instantânea de voltagem no indutor

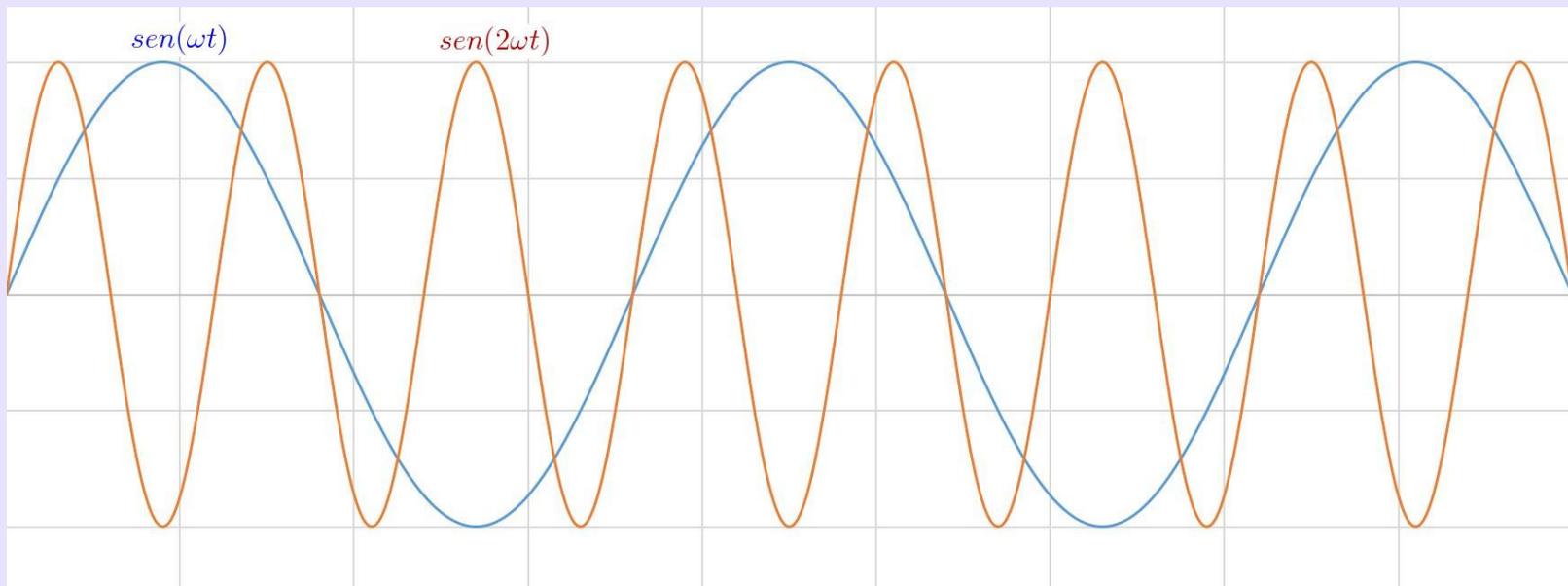


Análise de Potência no Indutor

$$\langle P \rangle = \langle \varepsilon i \rangle = \langle \varepsilon_{máx} \text{sen}(\omega t) i_{máx} \text{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2}) \rangle$$

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{máx} i_{máx} \langle -\text{sen}(\omega t) \cos(\omega t) \rangle$$

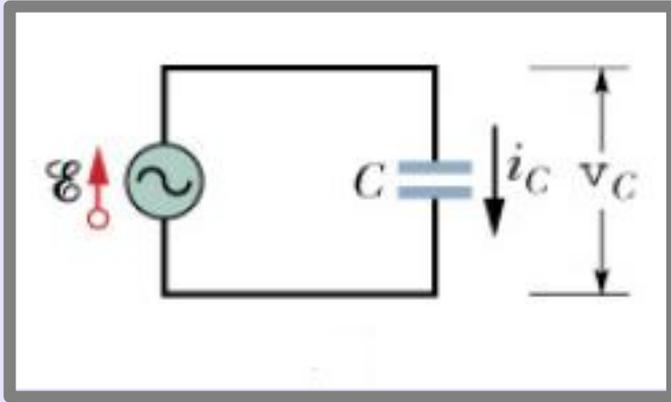
$$\langle P \rangle = \varepsilon_{máx} i_{máx} \langle -\frac{1}{2} \text{sen}(2\omega t) \rangle$$



A potência média recebida por um indutor é nula. Assim, um indutor não dissipa energia.



Capacitores num circuito CA



Pela lei de Kirchhoff:

$$\Rightarrow \varepsilon - \frac{q}{C} = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t$$

$$\Rightarrow q = C\varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i_C = \omega C\varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ cos}\omega t$$

$$\text{identidade trigonométrica} \rightarrow \text{cos}\omega t = \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow i_C = \omega C\varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



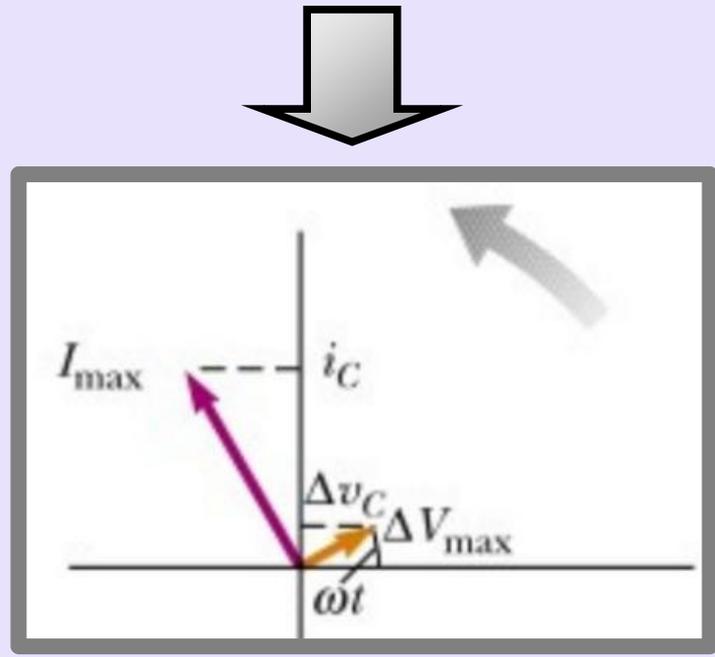
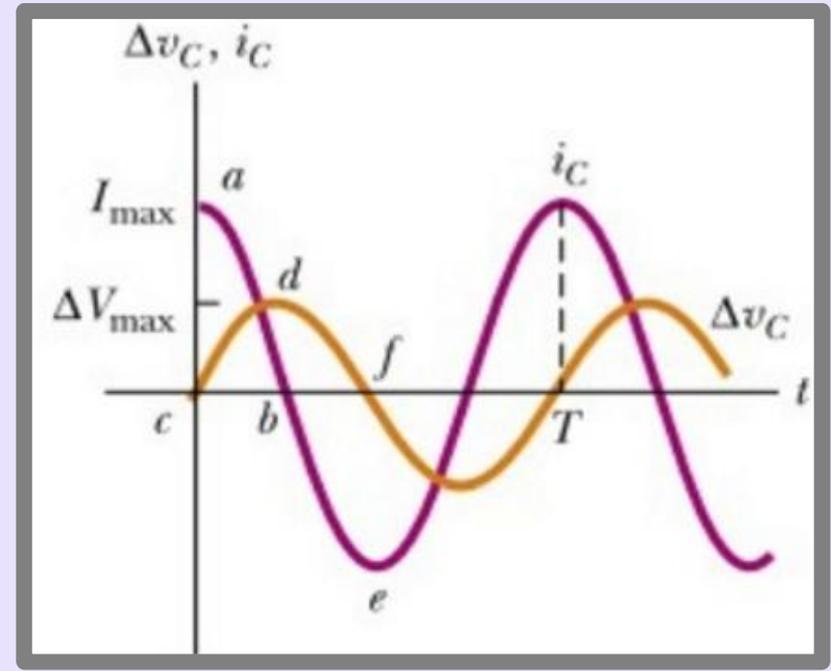
A corrente está adiantada da voltagem de $\pi/2$.



Capacitores num circuito CA

“A corrente num capacitor precede a voltagem adiantada de 90°.”

$$\left. \begin{aligned} i_C &= i_{m\acute{a}x} \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ \varepsilon &= \varepsilon_{m\acute{a}x} \operatorname{sen}\omega t \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



Capacitores num circuito CA

Corrente máxima

$$i_{m\acute{a}x} = \omega C \varepsilon_{m\acute{a}x} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{X_C}$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ [ohm]}$$

 reatância capacitiva

Assim como um resistor impede o fluxo de carga através de um circuito, a reatância também. A grande diferença entre a reatância e a resistência é que a reatância não dissipa energia.

$$\Rightarrow v_C = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen}\omega t = i_{m\acute{a}x} X_C \text{ sen}\omega t$$

 queda instantânea de voltagem no capacitor

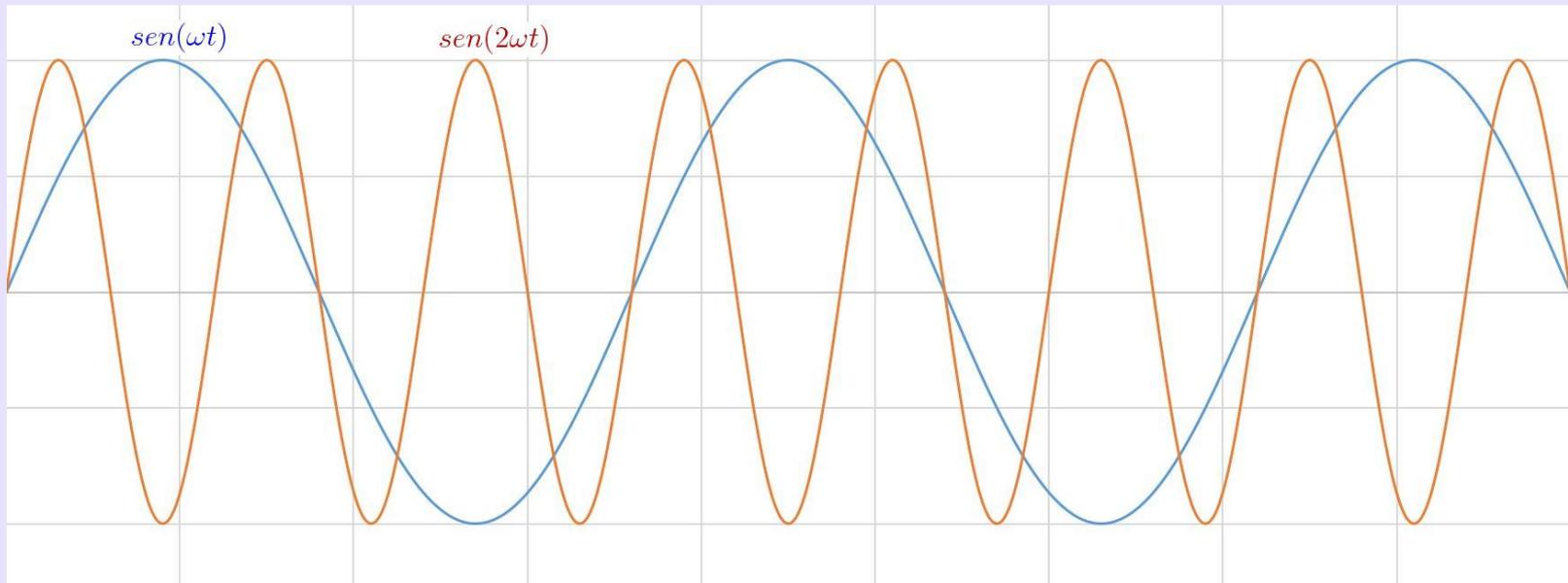


Análise de Potência no Capacitor

$$\langle P \rangle = \langle \varepsilon i \rangle = \langle \varepsilon_{máx} \text{sen}(\omega t) i_{máx} \text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2}) \rangle$$

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{máx} i_{máx} \langle \text{sen}(\omega t) \cos(\omega t) \rangle$$

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{máx} i_{máx} \langle \frac{1}{2} \text{sen}(2\omega t) \rangle = 0$$

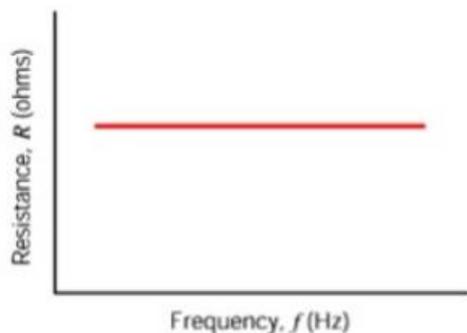
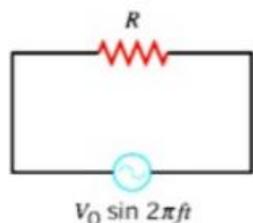


A potência média recebida por um capacitor é nula. Assim, um capacitor não dissipa energia.



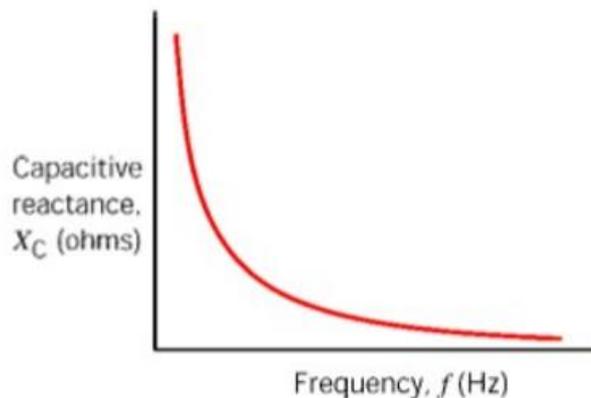
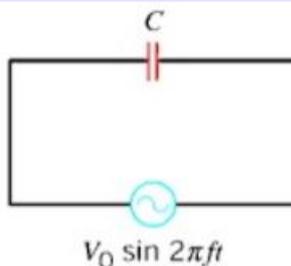
Dependência com a frequência

Resistância



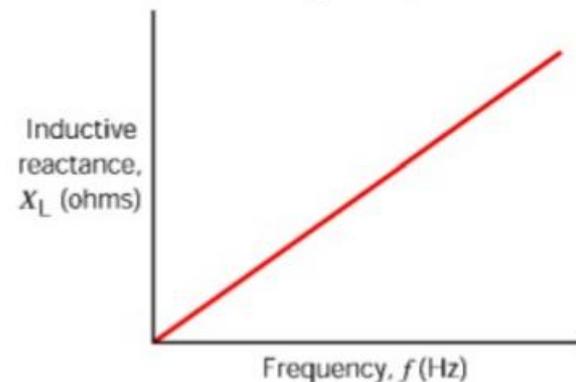
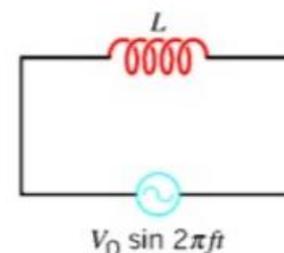
$$R = \frac{V_{rms}}{i_{rms}}$$

Reatância Capacitiva



$$X_C = \frac{V_{rms}}{i_{rms}} = \frac{1}{\omega C}$$

Reatância Indutiva



$$X_L = \frac{V_{rms}}{i_{rms}} = \omega L$$

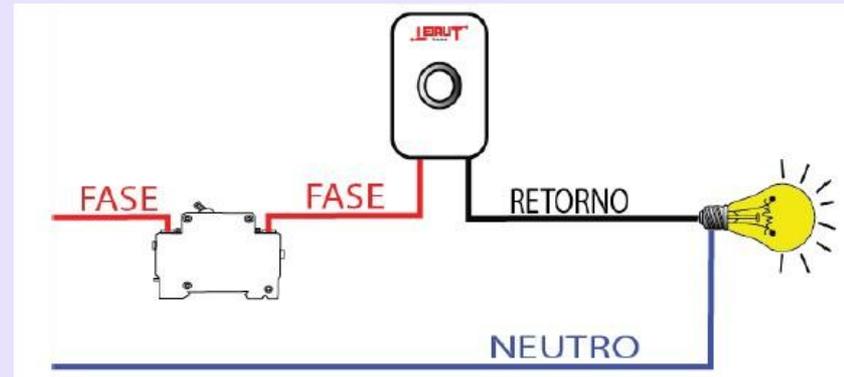
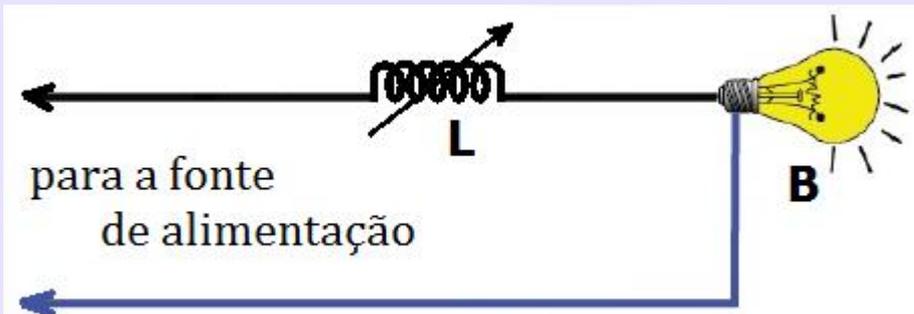
$$\bullet \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$



Exercício 01

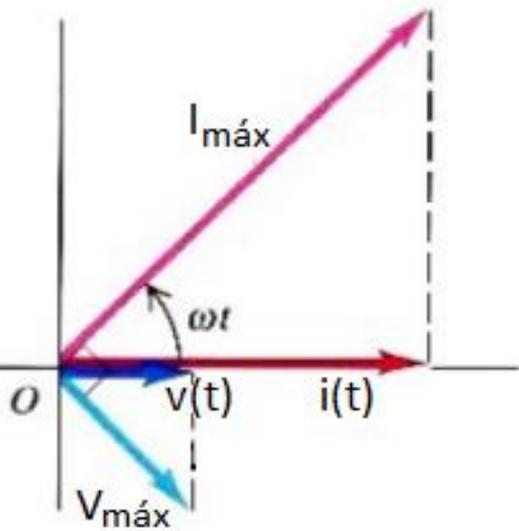
Um dimmer típico, como os que são usados para regular a luminosidade das lâmpadas, é composto por um indutor variável L (cuja indutância pode ser ajustada) ligado em série com uma lâmpada B , como mostra a figura abaixo. O circuito é alimentado com uma tensão de $120V\ rms, 60Hz$; a lâmpada é de $120V, 1000W$.

- a) Qual deve ser os valores de $L_{mín}$ e $L_{máx}$ para que a potência dissipada na lâmpada possa variar entre 200 e $1000W$? (Suponha que a resistência da lâmpada seja independente da temperatura)
- b) É possível usar um resistor variável (ajustável entre um $R_{mín}$ e um $R_{máx}$) no lugar do indutor?
- c) Nesse caso, qual deve ser o valor de $R_{mín}$ e $R_{máx}$?
- d) Por que não usar a resistência?



Exercício 02

diagrama

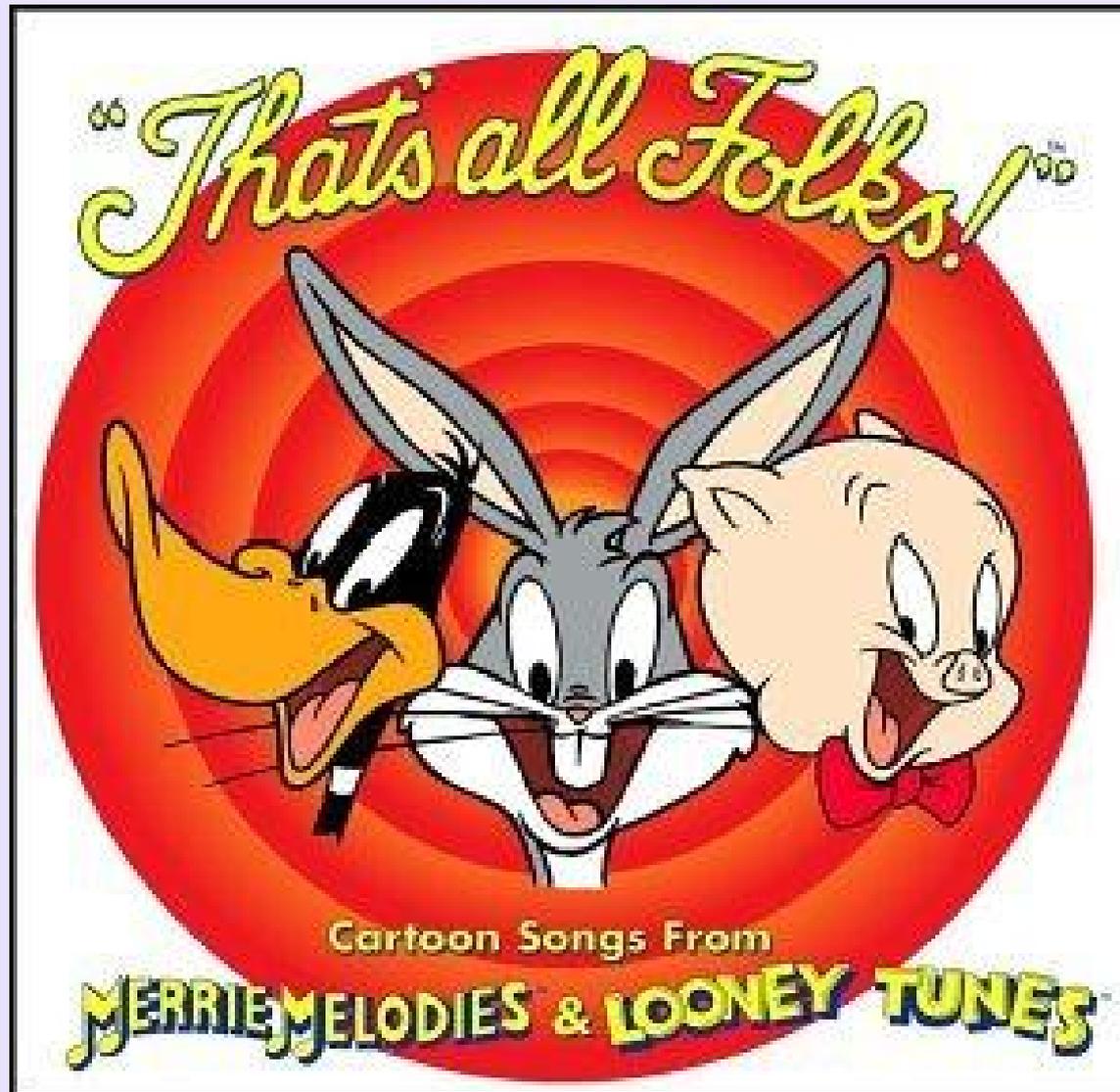


O diagrama ao lado é a representação fasorial da corrente e da tensão num certo elemento de um circuito. Sabendo que a corrente de pico no circuito é de 2mA e a frequência e a tensão máxima do gerador é de 159,3Hz e 200V, respectivamente, responda:

- O fasor representa a corrente e a tensão instantânea em que elemento de circuito?
- Escreva a equação para a tensão sobre o elemento em qualquer instante de tempo.
- Escreva a equação para a corrente sobre o elemento em qualquer instante de tempo.
- Qual é o valor da reatância deste circuito?
- Qual é o valor do elemento identificado no item a)?



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense